التمرين 3 (5 نقط): الرياضات الشتوية

يعتبر سباق السرعة على الجليد من بين أعرق وأهم مسابقات الألعاب الأولمبية الشتوية؛ حيث يطمح كل متسابق إلى قطع مسافة النزول خلال أقل مدة زمنية ممكنة.
يهدف هذا التمرين إلى تحديد بعض المقادير الحركية والتحريكية المميزة لحركة متسابق.

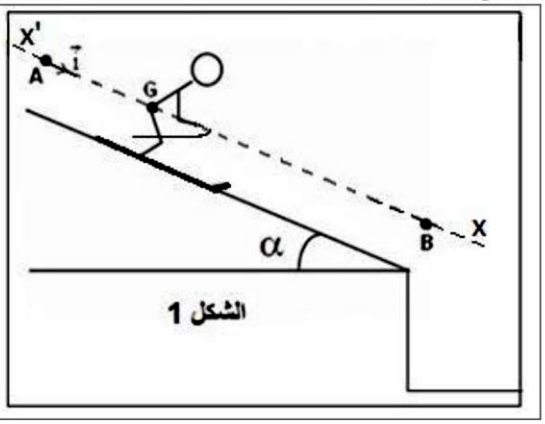
ينزلق متسابق كتلته m ومركز قصوره G، فوق منحدر نعتبره مستقيميا ويكون زاوية α مع المستوى الأفقي.

لدراسة حركة G نختار معلما $(A,\vec{i})$ (الشكل 1).

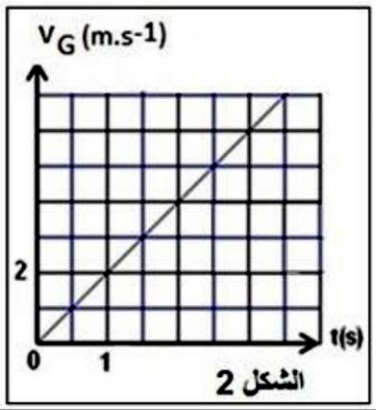
معطيات: $g = 10 m.s^{-2}$ ؛ $m = 80kg$ ؛ $\alpha = 30°$

1. دراسة حركة المتسابق على المنحدر

ينطلق المتسابق عند اللحظة t=0، حيث يحتل مركز قصوره G الموضع A، ويتابع حركته وفق مسار مستقيمي AB يخضع خلاله لاحتكاكات ننمذجها بقوة $\vec{f}$ ثابتة، اتجاهها موازي للمسار ومنحاها معاكس لمنحى الحركة.



الشكل 1



الشكل 2

1 | 1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلة التفاضلية التي يُحققها v_x إحداثي $\vec{v}_G$ متجهة سرعة G.

0.5 | 2.1. يمثل الشكل 2 مخطط سرعة مركز قصور المتسابق. حدد قيمة التسارع a_G للحركة.

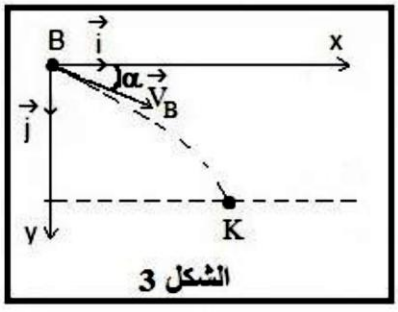
0.5 | 3.1. استنتج شدة القوة $\vec{f}$.

0.5 | 4.1. أكتب المعادلة الزمنية x(t) لحركة G.

0.5 | 5.1. يمر G مركز قصور المتسابق من الموضع B بالسرعة $v_B = 28 m.s^{-1}$. حدد قيمة المسافة AB .

2. دراسة حركة المتسابق في مجال الثقالة المنتظم

صادف المتسابق عند نهاية المرحلة AB حافة، فغادر مركز قصوره G الموضع B بالسرعة $\vec{v}_B$، عند لحظة نعتبرها أصلا جديدا للتواريخ t=0، وأصبح المتسابق في سقوط نعتبره حرا. لدراسة حركة G، نختار معلما متعامدا وممنظما $(B,\vec{i},\vec{j})$ (الشكل 3).



الشكل 3

1 | 1.2. أثبت أن معادلة مسار حركة G في المعلم $(B,\vec{i},\vec{j})$، تكتب :

$$y = \frac{g}{2.v_B^2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha$$

1 | 2.2. يمر G من الموضع K عند اللحظة t=0,2s بالسرعة v_K. حدد قيمة v_K.