مسألة: (8.5 ن)

نعتبر الدالة العددية f **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بما يلي :** $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$

و ليكن (C_f) **المنحنى الممثل للدالة** f **في معلم متعامد ممنظم** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **(الوحدة :** $1\,cm$ **)**

I-1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ — 0.25

ب- بين أن المستقيم (D) **الذي معادلته** $y=2x-2$ **مقارب للمنحنى** (C_f) **بجوار** $-\infty$ — 0.5

2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ — 0.5

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ **ثم أول هندسيا النتيجة .** — 0.5

3) أ- بين أن $f'(x)=2\left(e^{x}-1\right)^2$ **لكل** x **من** $\mathbb{R}$ — 0.5

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f **على** $\mathbb{R}$ **(لاحظ أن** $f'(0)=0$ **)** — 0.25

ج- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α **من المجال** $]1\,,\ln 4[$ **بحيث** $f(\alpha)=0$ — 0.75

4) أ- بين أن المنحنى (C_f) **يوجد فوق المستقيم** (D) **على المجال** $]\ln 4,+\infty[$ **وتحت المستقيم** (D) **على المجال** $]-\infty,\ln 4[$ — 0.5

ب- بين أن المنحنى (C_f) **يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو** $(0\,,-5)$ — 0.5

ج- أنشئ المستقيم (D) **و المنحنى** (C_f) **في نفس المعلم** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **(نأخذ** $\ln 4\approx 1,4$ **و** $\alpha\approx 1,3$ **)** — 0.75

5) أ- بين أن $\int_0^{\ln 4}\left(e^{2x}-4e^{x}\right)dx=-\dfrac{9}{2}$ — 0.5

ب- احسب ، ب cm^2 **، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى** (C_f) **و المستقيم** (D) **و محور الأراتيب و المستقيم الذي معادلته** $x=\ln 4$ — 0.5

II-1) أ- حل المعادلة التفاضلية $(E):\ y''-3y'+2y=0$ — 0.5

ب- حدد الحل g **للمعادلة** (E) **الذي يحقق الشرطين** $g(0)=-3$ **و** $g'(0)=-2$ — 0.5

2) لتكن h **الدالة العددية المعرفة على المجال** $]\ln 4,+\infty[$ **بما يلي :** $h(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}\right)$

أ- بين أن الدالة h **تقبل دالة عكسية** h^{-1} **و أن** h^{-1} **معرفة على** $\mathbb{R}$ — 0.75

ب- تحقق من أن $h(\ln 5)=\ln 5$ **ثم حدد** $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5)$ — 0.75