Pr. A. JABRI
0661.441.451
www.energy-sciences.org

المسألة : (8 ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$

0.5 | 1) بين أن $g'(x)=\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ و استنتج أن الدالة g تزايدية على $]0,+\infty[$

0.75 | 2) تحقق من أن $g(1)=0$ ثم استنتج أن $g(x)\leq 0$ لكل x من $]0,1]$ و $g(x)\geq 0$ لكل x من $[1,+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\,cm$)

0.5 | 1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ و أول هندسيا النتيجة

0.25 | 2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

1 | ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(1+\ln x)^2}{x}=0$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$) ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$

0.25 | ج- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

1.5 | 3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن الدالة f تناقصية على $]0,1]$ و تزايدية على $[1,+\infty[$

1 | ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن $f(x)\geq 2$ لكل x من $]0,+\infty[$

0.75 | 4) أنشئ (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب)

5) نعتبر التكاملين I و J التاليين : $I=\int_1^e (1+\ln x)dx$ و $J=\int_1^e (1+\ln x)^2 dx$

0.5 | أ- بين أن $H:x\mapsto x\ln x$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto 1+\ln x$ على $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن $I=e$

0.5 | ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $J=2e-1$

0.5 | ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$