التمرين الثاني : (3 ن)

0.75 **1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة :** $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$

2) نعتبر العدد العقدي $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$

0.5 **أ- بين أن معيار العدد u هو** $\sqrt{2}$ **و أن** $\arg u \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

0.75 **ب- باستعمال كتابة العدد u على الشكل المثلثي ، بين أن** u^6 **عدد حقيقي**

3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$**، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b بحيث** $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ **و** $b = 8$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z′ لحق النقطة M′ صورة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$

0.5 **أ- عبر عن z′ بدلالة z**

0.5 **ب - تحقق من أن B هي صورة A بالدوران R و استنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع**

التمرين الثاني : (3 ن)

I- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

0.5 **1) بين أن معيار العدد العقدي a هو** $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

0.25 **2) تحقق من أن** $a = 2\left(1 + \cos\frac{\pi}{4}\right) + 2i\sin\frac{\pi}{4}$

0.25 **3) أ- بإخطاط** $\cos^2\theta$ **، حيث** θ **عدد حقيقي ، بين أن** $1 + \cos 2\theta = 2\cos^2\theta$

0.5 **ب- بين أن** $a = 4\cos^2\frac{\pi}{8} + 4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ **(نذكر أن** $\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta$ **)**

0.5 **ج- بين أن** $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ **هو شكل مثلثي للعدد a ثم بين أن** $a^4 = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$

II- نعتبر،في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$**،النقطتين** Ω **و A اللتين لحقاهما على التوالي هما** ω **و a بحيث** $\omega = \sqrt{2}$ **و** $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ **و R الدوران الذي مركزه** Ω **و زاويته** $\frac{\pi}{2}$

0.5 **1) بين أن اللحق b للنقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو** $2i$

0.5 **2) حدد مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث** $|z - 2i| = 2$

التمرين الثالث: (3 ن)

0.75 **1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة :** $z^2 - 4z + 29 = 0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$**، النقط** Ω **و A و B التي ألحاقها على التوالي هي** ω **و a و b بحيث** $\omega = 2 + 5i$ **و** $a = 5 + 2i$ **و** $b = 5 + 8i$

0.75 **أ- ليكن u العدد العقدي بحيث** $u = b - \omega$

تحقق من أن $u = 3 + 3i$ **ثم بين أن** $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

0.25 **ب- حدد عمدة للعدد العقدي** $\bar{u}$ **(يرمز** $\bar{u}$ **لمرافق العدد العقدي u)**

0.75 **ج- تحقق من أن** $a - \omega = \bar{u}$ **ثم استنتج أن** $\Omega A = \Omega B$ **و أن** $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

0.5 **د- نعتبر الدوران R الذي مركزه** Ω **و زاويته** $\frac{\pi}{2}$

حدد صورة النقطة A بالدوران R