I لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $\boxed{g(x)=x^2-1+2x^2\ln x}$

0,75 ن — **I 1** بين أن : (x^2-1) و $2x^2\ln x$ لهما نفس الإشارة على $]0;1[$.
ثم استنتج أن : $g(x)\leq 0\ \ ;\ \ \forall x\in]0;1]$

0,75 ن — **I 2** بين أن (x^2-1) و $2x^2\ln x$ لهما نفس الإشارة على $]1;+\infty[$
ثم استنتج أن : $g(x)\geq 0\ \ ;\ \ \forall x\in [1;+\infty[$

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $\boxed{f(x)=(x^2-1)\ln x}$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $3\,cm^2$)

0,50 ن — **II 1 أ** بين أن : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ و أوِّل النتيجة هندسيا .

1,00 ن — **II 1 ب** أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$
و استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

1,25 ن — **II 2 أ** بين أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}\ \ ;\ \ \forall x\in]0;+\infty[$ (و أوِّل هندسيا النتيجة $f'(1)=0$).

0,50 ن — **II 2 ب** استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $]0;1]$ و تزايدية على المجال $[1;+\infty[$.

0,50 ن — **II 2 ج** إعط جدول تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم بين أن : $f(x)\geq 0\ \ ;\ \ \forall x\in]0;+\infty[$.

1,00 ن — **II 3** أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن — **II 4 أ** بين أن : $u: x\to \dfrac{x^3}{3}-x$ دالة أصلية للدالة $v: x\to x^2-1$ على $\mathbb{R}$.

1,00 ن — **II 4 ب** باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\displaystyle\int_1^2 (x^2-1)\ln x\,dx=\frac{2}{9}(1+3\ln 2)$

0,25 ن — **II 4 ج** أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل
و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$.