التمرين الرابع (9.5 ن)

I – نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=(1-x)e^x-1$.

0.5 **1)** أ – بين أن : $g'(x)=-xe^x$ لكل x من $\mathbb{R}$.

0.75 ب – بين أن الدالة g تناقصية على $[0,+\infty[$ وتزايدية على $]-\infty,0]$ و تحقق من أن $g(0)=0$.

0.5 **2)** استنتج أن : $g(x)\le 0$ لكل x من $\mathbb{R}$.

II – لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=(2-x)e^x-x$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة $1cm$) .

0.5 **1)** أ – بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

0.75 ب – بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

0.75 **2)** أ – بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0$) .

0.25 ب – بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

0.5 **3)** أ – بين أن : $f'(x)=g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.

0.25 ب – أول هندسيا النتيجة $f'(0)=0$.

0.5 ج – بين أن الدالة f تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

0.5 **4)** بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ وأن $\dfrac{3}{2}<\alpha<2$ (نقبل أن $e^{\frac{3}{2}}>3$) .

0.5 **5)** أ – حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)+x=0$ واستنتج أن (C) و (D) يتقاطعان في النقطة $A(2,-2)$.

0.25 ب – ادرس إشارة $f(x)+x$ على $\mathbb{R}$.

0.25 ج – استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على $]-\infty,2]$ وتحت (D) على $[2,+\infty[$.

0.5 **6)** أ – بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو $(0,2)$.

1 ب – أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C) في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 **7)** أ – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_{-1}^{0}(2-x)e^x\,dx=3-\dfrac{4}{e}$.

0.25 ب – استنتج ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.