Pr. A. JABRI
0661.441.451
www.energy-sciences.org

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ لكل n من IN .

0.75 **1)** بين بالترجع أن : $u_n > 1$ لكل n من IN .

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ لكل n من IN .

1 أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ واستنتج أن $v_n = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN .

0.75 ب – بين أن $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ ثم استنتج أن $\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$.

0.5 **3)** احسب $\lim_{n\to+\infty} w_n$ حيث (w_n) هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n = \ln(u_n)$ لكل n من IN .

التمرين الخامس (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

0.5 **1)** بين أن : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من IR .

0.5 **2)** بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ وتناقصية على المجال $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$.

0.5 **3)** أ– بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.

0.25 ب – استنتج أن : $g(x) > 0$ لكل x من IR .

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $\left(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm\right)$.

1 **1)** احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ (نذكر أن : $\lim_{u\to-\infty} ue^u = 0$) .

0.75 **2)** بين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل x من IR ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على IR .

0.75 **3)** أ – احسب $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ واستنتج أن (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب .

0.5 ب – احسب $\lim_{x\to-\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

0.5 ج – حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ) على المجال $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ و فوق المستقيم (Δ) على المجال $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$.

0.25 **4)** أ – بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة O .

0.25 ب – بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $-\frac{1}{2}$ (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب) .

0.75 **5)** أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 **6)** أ – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 (2x-1)e^{2x}\,dx = 1$.

0.5 ب – احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (C) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.