Pr. A. JABRI
0661.441.451
www.energy-sciences.org

التمرين الرابع (2 ن)

نضع : $I=\int_{-2}^{-1}\frac{x}{x+3}dx$ و $J=\int_{-2}^{-1}\ln(2x+6)dx$.

0.25 (1 أ- تحقق من أن : $\frac{x}{x+3}=1-\frac{3}{x+3}$ لكل عدد حقيقي x يخالف -3 .

0.75 ب- بين أن : $I=1-3\ln 2$.

1 (2 باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $J=-I$.

مسألة (9 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=2\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.75 I) (1 تحقق من أن : $e^x-2\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$ لكل x من IR ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f هي IR وأن : $1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}>0$ $(\forall x\in IR)$.

0.75 (2 احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\ln 4$ و أول هذه النتيجة هندسيا .

1 (3 أ- بين أن : $f'(x)=\frac{2\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1}$ لكل x من IR وتحقق من أن $f'(0)=0$.

1 ب- ادرس إشارة $\sqrt{e^x}-1$ على IR واستنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0,+\infty[$ وتناقصية على المجال $]-\infty,0]$.

0.25 (4 أ- تحقق من أن : $f(x)=2x+2\ln\left(1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}\right)$ $(\forall x\in IR)$.

0.5 ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.25 (5 أ- تحقق من أن : $e^x-3\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ لكل x من IR .

0.5 ب- ادرس إشارة كل من $\sqrt{e^x}-2$ و $\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ على IR .

0.25 ج- استنتج أن : $e^x-2\sqrt{e^x}+2\leq\sqrt{e^x}$ لكل x من المجال $[0,\ln 4]$.

0.5 د- بين أن : $f(x)\leq x$ لكل x من المجال $[0,\ln 4]$.

0.75 (6 أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداهما أصغر من -1 و أفصول الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب ونأخذ $\ln 4=1,4$) .

II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من IN .

يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

0.75 (1 بين أن : $0\leq u_n\leq\ln 4$ لكل n من IN .

0.75 (2 بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

1 (3 استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها .