التمرين الثالث (تسع نقط ونصف)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي: $f(x)=-1+\frac{1}{x}-2\ln x$.

وليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1	1 . أ . احسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$.
0.25	ب . أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .
2	2 . أ . احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
0.25	ب . أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
1	3 . أ . بين أن لكل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\left(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}\right)$.
075	ب . ادرس إشارة $f'(x)$ على $]0;+\infty[$ وضع جدول تغيرات الدالة f .
1.5	4 . أ . بين أن : $f''(x)=2\left(\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2}\right)$ لكل x من $]0;+\infty[$ واستنتج تقعر المنحنى (C).
0.75	ب . انقل الجدول التالي على ورقة التحرير ثم أتمم ملأه:

x	$\frac{1}{2}$	1	e
$f(x)$			

0.5	ج . بين أن $y=-3x+3$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1;0)$.
1.5	5 . أنشئ نقط المنحنى (C) التي أفاصيلها على التوالي $\frac{1}{2}$ و 1 و e و المماس للمنحنى في النقطة A ثم أنشئ المنحنى (C) (نأخذ $\frac{1}{e}\approx 0,4$ و $\ln 2\approx 0,7$).