التمرين الثالث (9.5 نقط)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g للمتغير الحقيقي x المعرفتين على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$f(x)=-x+\frac{\ln x}{x}$ و $g(x)=-x^2+1-\ln x$.

الجزء الأول

1	1 . بين أن : $g'(x)=-\left(2x+\frac{1}{x}\right)$ ثم حدد إشارة $g'(x)$ على $]0;+\infty[$.
0.75	2 . أ . احسب $g(1)$ وضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند محدي $]0;+\infty[$ غير مطلوب) .
1	ب . استنتج أن : $\forall x\in]0;1]\,;\, g(x)\geq 0$ و $\forall x\in]1;+\infty[\,;\, g(x)<0$.
1	3 . بين أن : $\forall x>0;\ f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

الجزء الثاني

ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.25	1 . أ . احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
1.25	ب . احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن (C) يقبل مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=-x$.
1.5	ج . ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) .
0.75	2 . احسب $f(1)$ وضع جدول تغيرات الدالة f . (يمكن استعمال نتيجة السؤال 3 . من الجزء الأول).
1	3 . أنشئ (C) . (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها $e^{\frac{3}{2}}$ ؛ وأن $e^{\frac{3}{2}}\approx 4,5$ و $f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)\approx -4$).