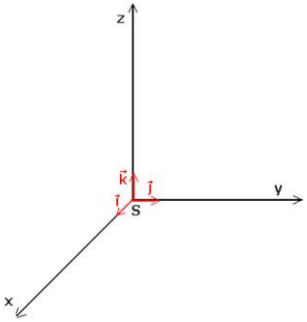
حركة الأقمار الاصطناعية والكواكب
خاص بالعلوم الرياضية والعلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية



I ـ القوانين الثلاثة لكيبلر Kepler

1 ـ المرجع المركزي الشمسي

المرجع الغاليلي الملائم لدراسة حركة الكواكب حول الشمس هو المرجع المركزي الشمسي .

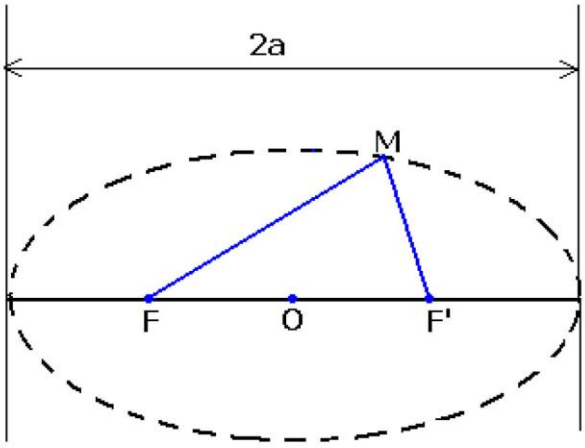
لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نربط معلم متعامد وممنظم $(S,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بالمرجع المركزي الشمسي حيث مركزه الشمس ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة جدا نعتبرها ثابتة .

2 ـ قوانين كيبلر :

أ ـ القانون الأول أو قانون المدارات الإهليجية .

يحدد هذا القانون بدقة طبيعة مسارات مراكز قصور الكواكب .

نص القانون : مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الأرضي ، إهليلج يشكل مركز الشمس إحدى بؤرتيه .



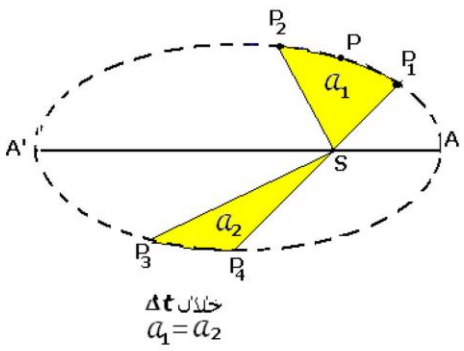
MF+MF'=2a

الإهليلج منحنى مستو ، حيث يكون مجموع المسافتين اللتين تفصلان نقطة ما من هذا المنحنى ، تباعا ، بنقطتين ثابتتين ، مجموعا ثابتا . تشكل النقطتان F و F′ بؤرتي الإهليلج .

لتكن النقطة M من الإهليلج لدينا : $MF+MF'=Cte=2a$

a نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

مثال : مدار الأرض حول الشمس هو عبارة عن إهليلج ، يسمى فلك البروج l'éliptique بحيث ينتمي مركز الشمس إلى مستوى هذا المدار .



خلال Δt
$a_1=a_2$

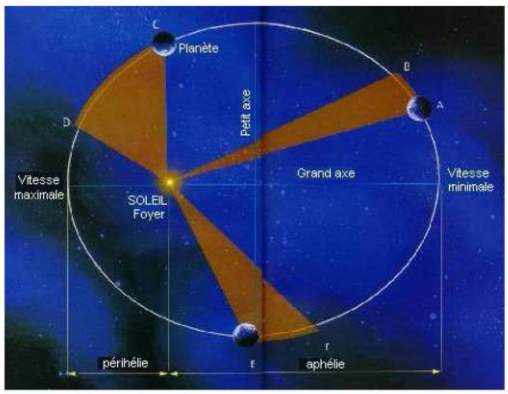
ب ـ القانون الثاني أو قانون المساحات .

نعتبر كوكبا مركز قصوره P في حركة حول الشمس . خلال المدة الزمنية $\Delta t=t_2-t_1$ ينتقل P من الموضع P_1 إلى الموضع P_2 . أي أن خلال هذا الانتقال تم كسح مساحة $\mathcal{a}_1$ وهي المحصورة بين $[SP_1]$ و $[SP_2]$ والمقطع P_1P_2 لمسار P .

خلال نفس المدة الزمنية $\Delta t=t_4-t_3$ ينتقل P من P_3 إلى P_4

أي أنه خلال هذا الانتقال تم كسح المساحة $\mathcal{A}_2$ حيث $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$

نص القانون : تكسح القطعة $[SP]$ التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقايسة في مدد زمنية متساوية .



يترجم هذا القانون ملاحظة كيبلر والتي تؤكد أن الكواكب تدور حول الشمس بسرعة غير ثابتة ؛ أي أن الكوب كلما اقترب من الشمس زادت سرعته والعكس صحيح .
تكون سرعة الكوكب قصوى عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A الأقرب من مركز الشمس ؛
وتكون سرعة الكوكب دنيا عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A′ الأبعد من مركز الشمس .

ج ـ القانون الثالث أو قانون الأدوار ؛

الدورة الفلكية : هي حركة كوكب ما بين مرورين متتاليين لمركزه P من نفس النقطة من مداره حول الشمس .
الدور المداري T للكوكب هو المدة الزمنية التي يستغرقها مرزه لإنجاز دورة فلكية كاملة .

نص القانون : يتناسب مربع الدور المداري اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

ونعبر عن هذا النص بالعلاقة التالية : $\frac{T^2}{a^3} = k$

حيث أن T الدور المداري ب (s)
a نصف طول المحور الكبير للإهليلج بالمتر (m) ؛
K ثابتة لا تتعلق بالكوكب ، وحدتها m^2 / s^3
قيمة k هي نفسها بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي .

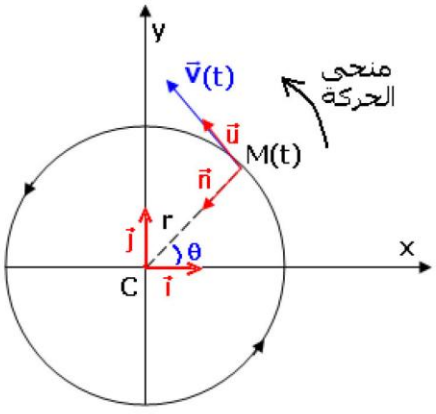
ملحوظات : بالنسبة للكواكب التي يمكن اعتبار أن مداراتها دائرية شعاعها r

يكتب القانون الثالث لكيبلر : $\frac{T^2}{r^3} = k$

نطبق قانون كيبلر أيضا على الأقمار الاصطناعية التي تدور حول كوكب ما . في هذه الحالة يشكل مركز الكوكب إحدى بؤرتي الإهليلج ، كما أنه بالنسبة لخارج القسمة $\frac{T^2}{a^3} = k'$ هو نفسه بالنسبة لجميع الأقمار التي تدور حول نفس الكوكب . تتعلق قيمة k′ بكتلة الكوكب .

II ـ الحركة الدائرية المنتظمة

سنقتصر في دراسة حركة الأقمار والكواكب على حالة واحدة حيث يكون المدار دائريا



تطبيق قوانين كيبلر الخاصيات لتالية :
ـ مدار الكوكب دائري مركزه الشمس
ـ سرعة P مركز الكوكب ثابتة أي أن الحركة دائرية منتظمة
ـ قانون الأدوار يصبح هو : $\frac{T^2}{r^3} = k$ ، r هو شعاع المسار الدائري .

1 ـ خاصيات الحركة الدائرية المنتظمة

أ ـ تعريف

تكون حركة نقطة دائرية منتظمة إذا كان مسار هذه النقطة دائريا وإذا كانت قيمة سرعتها ثابتة .

ب ـ متجهة السرعة

نعتبر نقطة M في حركة دائرية منتظمة في معلم معين . مسار M

دائري مركزه C ، وشعاعه r ، موجه موجبا في منحى الحركة . نمعلم موضع M في المستوى $(C,\vec{i},\vec{j})$ بالزاوية θ هو الأفصول الزاوي .

خاصية حركة دائرية منتظمة :

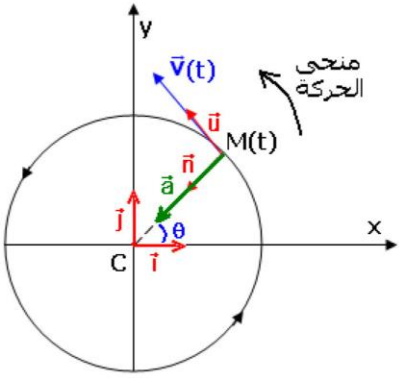
ـ السرعة الزاوية ثابتة : $\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = cte$

ـ متجهة السرعة $\vec{v}$ مماسة للمسار الدائري ، ومنحاها هو منحى الحركة : $\vec{v} = r.\omega\vec{u}$ ؛ $\vec{u}$ متجهة واحدية مماسية للمسار.

ـ دور الحركة هو مدة دورة كاملة : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$.

وحدة الفصول الزاوي هي الراديان rad ووحدة السرعة الزاوية ω هي rad/s

ج ـ متجهة التسارع



في الحركة الدائرية المنتظمة يتغير اتجاه متجهة السرعة ، باعتبار أساس فريني فإن $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$ ونعلم أنه بالنسبة للحركة الدائرية المنتظمة $v = cte \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ أي أن $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$

وبالتالي فإن متجهة التسارع غير منعدمة ومحمولة من طرف المتجهة المنظمية $\vec{n}$ أي موجه نحو مركز الدائرة .

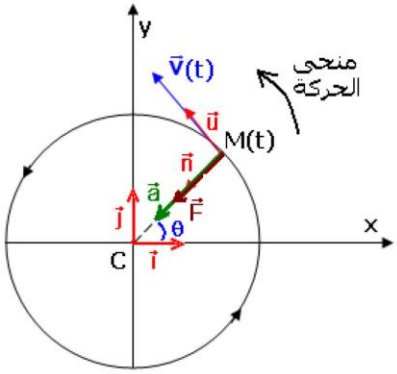
بالنسبة لحركة دائرية منتظمة ، متجهة التسارع مركزية انجذابية ، تعبيرها هو :

$\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$ **وبما أن** $v = r.\omega$ **فإن** $\vec{a} = r\omega^2\vec{n}$

ω السرعة الزاوية نعبر عنها ب rad/s و r شعاع المسار الدائري ونعبر عنه بالمتر ، v قيمة السرعة ونعبر عنها m/s و a قيمة التسارع ونعبر عنها ب m/s^2 و $\vec{n}$ المتجهة الواحدية المنظمية موجهة نحو المركز C .

2 ـ الشرطان الأساسيان للحصول على حركة دائرية منتظمة .

نعتبر جسما صلبا كتلته m ، وحركة مركز قصوره دائرية منتظمة في معلم غاليلي .



نطبق القانون الثاني لنيوتن على حركة هذا الجسم : $\sum \vec{F}_{ex} = m.\vec{a}_G$

بحيث أن $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}$ مجموع القوى المطبقة على الجسم الصلب .

للحصول على حركة دائرية منتظمة يجب أن تكون متجهة التسارع $\vec{a}_G$ لمركز قصور الجسم انجذابية مركزية منظمها ثابت ومنظمها يساوي :

$a = \frac{v^2}{r}$ وبالتالي يجب **<u>أن تكون</u>** $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}$ **<u>كذلك مركزية انجذابية</u>**

<u>ومنظمها</u> $F = \frac{mv^2}{r}$.

III ـ قانون نيوتن للتجاذب الكوني

نص القانون :

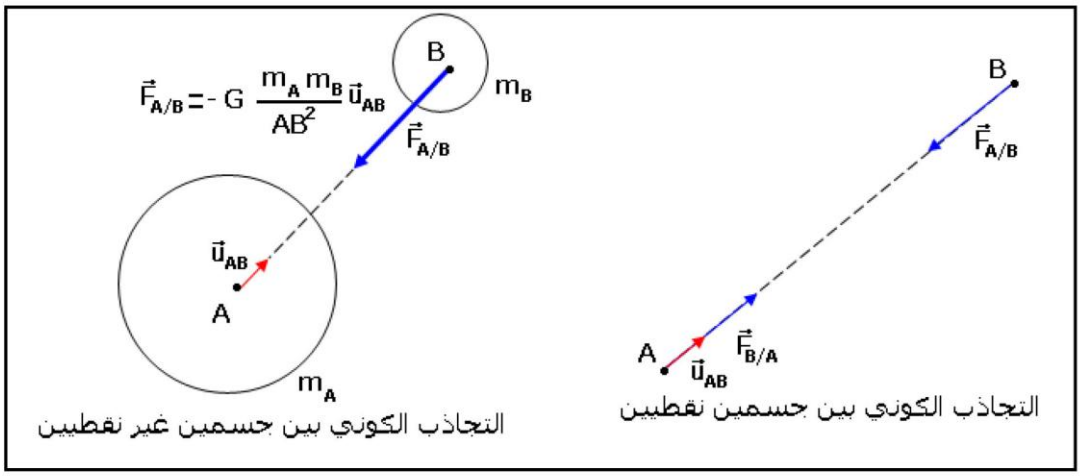
يحدث بين جسمين نقطيين (A) و (B) كتلتهما m_A و m_B ، وتفصل بينهما مسافة AB ، تجاذب كوني قوتاه هما $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ بحيث أن :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{G.m_A.m_B}{AB^2}\vec{u}_{AB}$$

G : **ثابتة التجاذب الكوني :** $G = 6,67.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

$\vec{u}_{AB}$ **متجهة واحدية موجهة من A نحو B .**

يطبق هذا القانون كذلك على الأجسام غير نقطية في الحالتين التاليتين :
ـ أجسام ذات تماثل كروي لتوزيع الكتلة .
ـ أجسام لها أبعاد مهملة أمام المسافة الفاصلة بينهما .

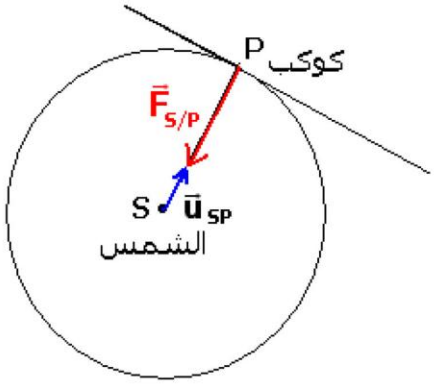


IV ـ الحركة المدارية للكواكب

نختار كمرجع لدراسة حركة كوكب حول الشمس المرجع المركزي الشمسي . ونبين أن حركة هذا الكوكب حول الشمس حركة منتظمة ونحدد مميزات هذه الحركة .

1 ـ تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

نعتبر كوكبا كتلته m ومركزه P الذي يتطابق مع مركز قصوره في حركة حول الشمس ذات كتلة m_S ومركزها S .



يخضع الكوكب إلى قوة التجاذب الكوني : $\vec{F}_{S/P} = -G\frac{m.m_S}{r^2}\vec{u}_{SP}$

وحسب القانون الثاني لنيوتن لدينا : $\vec{F}_{S/P} = -G\frac{m.m_S}{r^2}\vec{u}_{SP} = m.\vec{a}_p \Rightarrow \vec{a}_p = -G\frac{m_S}{r^2}\vec{u}_{SP}$

يلاحظ من خلال العلاقة أن $\vec{a}_p$ و $\vec{u}_{SP}$ لهما نفس الاتجاه يعني أن التسارع انجذابي مركزي وبالتالي فإن حركة الكوكب P حركة دائرية منتظمة .

وبما أن قوة التجاذب الكوني قوة انجذابية مركزية فإن :

$\vec{F}_{S/P} = -m.\frac{v^2}{r}\vec{u}_{SP} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = G\frac{m_S}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G.m_S}{r}}$ وبالتالي يتحقق الشرط الثاني .

في مرجع مركزي أرضي تكون حركة كوكب حول الشمس

r ، بشرط أن تحقق سرعته العلاقة : $v = \sqrt{\frac{G.m_S}{r}}$

2 ـ تعبير الدور المداري T ؛

الدور المداري T

لدينا $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_S}}$ من هذه العلاقة نحصل على القانون الثالث لكيبلر : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_S}$

وبالتالي $\frac{T^2}{r^3}$ لا تتعلق بكتلة الكوكب المدروس .

V ـ الحركة المدارية للأقمار الاصطناعية للأرض .

لدراسة أقمار الأرض نختار كجسم مرجعي **المرجع المركزي الأرضي**

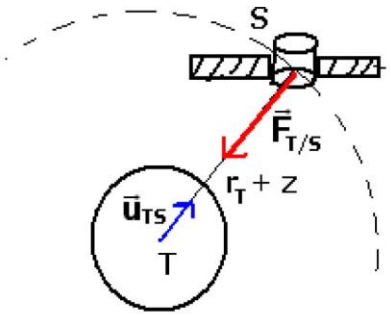
نسمي قمرا كل جسم في حركة مدارية حول كوكب .

مثال : يشكل القمر (la lune) قمرا طبيعيا للأرض .

1 ـ تعبيرا السرعة والدور المداري .

تكون حركة قمر اصطناعي حول الأرض حركة دائرية منتظمة عندما يتحقق الشرطان

ـ القوة المطبقة من طرف الأرض T ذات الكتلة m_T والشعاع r_T



على القمر الاصطناعي S $\left(\vec{F}_{T/S}\right)$ انجذابية مركزية .

ـ منظمها $F_{T/S}$ ثابت ، ويحقق العلاقة $F_{T/S} = \frac{mv^2}{r}$ أي أن

التسارع $a = \frac{v^2}{r}$

وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن :يوجد القمر الاصطناعي تحت تأثير القوة $\left(\vec{F}_{T/S}\right)$ القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي :

$$\vec{F}_{T/S} = -G\frac{m_T.m_S}{r^2}\vec{u}_{TS} = -\frac{m_S v^2}{r}\vec{u}_{TS}$$

$$v^2 = \frac{Gm_T}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}}$$

بحيث أن $r = r_T + z$ و z هو ارتفاع القمر اصطناعي بالنسبة للأرض و r_T شعاع الأرض .

الدور المداري T لحركة القمر اصطناعي هو : $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(r_T+z)^3}{G.m_T}}$

ملحوظة : لاتتعلق v سرعة دوران القمر الاصطناعي والدور المداري T بكتلة القمر الاصطناعي بل تتعلق بارتفاعه z بالنسبة لسطح الأرض .

2 ـ الاستقمار *satellisation*

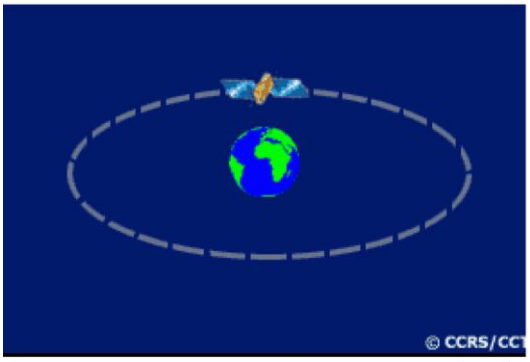
تعريف :

الاستقمار هو وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض وإعطاؤه سرعة كافية تخول له حركة دائرية منتظمة حول الأرض .

تتم هذه العملية بواسطة مركبة فضائية والتي تقوم بدور مزدوج :

ـ حمل القمر الاصطناعي إلى ارتفاع يفوق حوالي 200km حيث الغلاف الجوي الأرضي تقريبا منعدم .

ـ منح القمر الاصطناعي سرعة تجعله يبقى في مدار دائري حول الأرض بحيث تكون متجهة السرعة البدئية عمودية على متجهة الموضع $\overrightarrow{TS}$ ومنظمها يحقق



العلاقة : $v=\sqrt{\dfrac{G.m_T}{(r_T+z)}}$

نعتبر أن القمر الاصطناعي خاضعا لقوة التجاذب الأرضي فقط ونهمل الاحتكاكات المتعلقة بالجو .

3 ـ الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض .

يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض إذا بدا دوما غير متحرك بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض .

الشروط لكي يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض :

في المرجع المركزي الأرضي ، تدور الأرض حول محورها القطبي ، ويساوي الدور T لهذا الدوران الخاص يوما فلكيا (24 ساعة)

لكي يظهر القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض يجب :

ـ أن يدور في منحى دوران الأرض حول محور قطبيها .

ـ يساوي دوره المداري T دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي .

ـ يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء للأرض .

تمكن قيمة T من تحديد قيمة z ، أي أن $T=23h56\,\mathbf{min}=84164s$ أي أن الارتفاع z عن سطح الأرض هو :

$$T=\sqrt{\frac{(r+z)^3}{G.m_T}}\Rightarrow z=\left(\frac{T^2.G.m_T}{4\pi^2}\right)-r_T$$

تطبيق عددي :

$z\simeq 36000km$