حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم

1 ـ المجال الكهرساكن

أ ـ المجال الكهرساكن المحدث من طرف شحنة نقطية

تحدث دقيقة مشحونة شحنتها q توجد في نقطة O من الفراغ ، مجالا كهرساكنا في نقطة M متجهته $\vec{E}(M)$ بحيث أن :

$$\vec{E}(M)=\frac{\vec{F}(M)}{q}$$

نعبر عن الشحنة q بالكولوم (C)

وعن F بالوحدة النيوتن N

وعن E شدة المجال الكهرساكن ب (N/C)

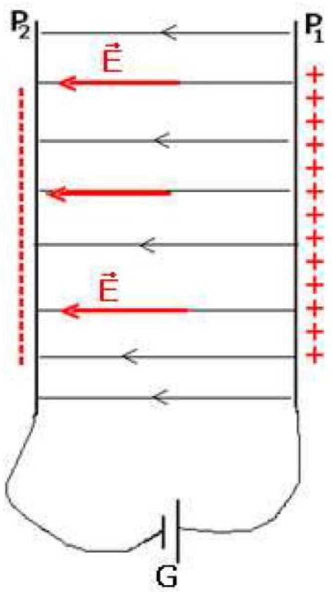
ملحوظة :

ـ $F=qE$ في حالة أن $q>0$

ـ $F=|q|E$ في حالة $q<0$

ـ يبرز وجود مجال كهرساكن في نقطة ما بوضع دقيقة مشحونة في تلك النقطة حيث تخضع إلى قوة كهرساكنة .

ب ـ خطوط المجال



نسمي خط المجال الكهرساكن كل منحنى (أو مستقيم) تكون متجهة مجال الكهرساكن مماسة له في كل نقطة من نقطه .

ج ـ المجال الكهرساكن المنتظم

يكون المجال كهرساكن منتظما إذا كان لمتجهته $\vec{E}$ ، في كل نقطة من نقطه ، نفس الاتجاه ونفس المنحى ونفس المنظم .

إذا كان المجال الكهرساكن منتظما تكون خطوط المجال عبارة عن مستقيمات متوازية .

يتحقق المجال الكهرساكن المنتظم بتطبيق توتر مستمر ثابت بين صفيحتين فليزيتين متوازيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما .

لدينا حسب الشكل جانبه : $U=V_{P_1}-V_{P_2}>0$

عند تطبيق توتر كهربائي مستمر U على صفيحتين فليزيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما تكون متجهة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ثابتة ، وعمودية على الصفيحتين ، وموجهة نحو الجهود التناقصية ومنظمها هو : $E=\frac{U}{d}$ بحيث أن :

U التوتر المطبق بين الصفيحتين بالفولط (V)

d المسافة الفاصلة بين الصفيحتين .

E شدة المجال الكهرساكن نعبر عنه V/m

2 ـ حركة دقيقة في مجال كهرساكن منتظم

نعتبر دقيقة مشحونة ، ذات كتلة m وشحنة q بحيث أن $(q<0)$ مثلا إلكترون ، توجد في مجال كهرساكن منتظم .

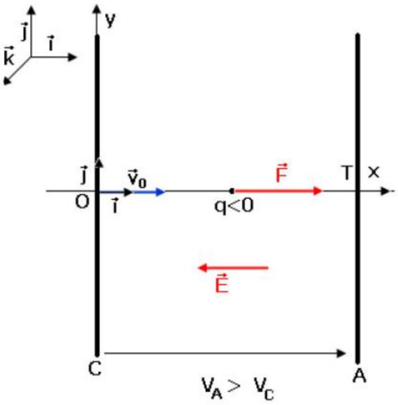
جرد القوى المطبقة على الدقيقة :

$\vec{F}$ القوة الكهرساكنة بحيث أن $\vec{F}=q\vec{E}$ وإلى وزنها $\vec{P}$ الذي نهمل شدته أمام F .

باعتبار مرجع أرضي كمرجعا غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة أثناء حركتها في معلم مرتبط بالمرجع الأرضي :

$\vec{F}=m.\vec{a}$ حيث $\vec{a}$ متجهة تسارع الدقيقة .

يتعلق مسار الدقيقة باتجاه $\vec{v}_0$ متجهة السرعة البدئية للدقيقة لحظة دخولها المجال الكهرساكن المنتظم ، بالنسبة لاتجاه $\vec{E}$:



الحالة الأولى : $\vec{v}_0$ متوازية مع $\vec{E}$

تدخل دقيقة مشحونة $(q<0)$ المجال الكهرساكن $\vec{E}$ في النقطة O في اللحظة $t_0=0$ بالسرعة $\vec{v}_0$ متوازية مع $\vec{E}$.

لدينا العلاقة : $\boxed{\vec{a}=\dfrac{\vec{F}}{m}\Rightarrow\vec{a}=\dfrac{q}{m}\vec{E}}$

نسقط هذه العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم المرتبط بالمرجع الأرضي ، $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ فنحصل على إحداثيات متجهة التسارع ومتجهة السرعة ومتجهة الموضع ، باعتبار الشروط البدئية التالية :

$$O\begin{cases}0\\0\\0\end{cases} \text{ و } \vec{v}_0\begin{cases}v_0\\0\\0\end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases}x_M=-\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}t^2+v_0t\\ y_M=0\\ z_M=0\end{cases} \text{ و } \vec{v}\begin{cases}v_x=-\dfrac{qE}{m}t+v_0\\ v_y=0\\ v_z=0\end{cases} \text{ و } \vec{a}\begin{cases}a_x=-\dfrac{qE}{m}\\ a_y=0\\ a_z=0\end{cases}$$

نستنتج من خلال هذه المعادلات أنه ليست هناك حركة على المحورين (Oy) و (Oz) بل تتم حركة الدقيقة على المحور (Ox) وبالتالي فإن حركة الدقيقة على هذا المحور مستقيمية متغيرة بانتظام .

هل هذه الحركة متسارعة أم متباطئة ؟

بتحديد الجداء السلمي التالي : $\vec{a}.\vec{v}>0$ وبالتالي فالحركة مستقيمية متسارعة .

حالة خاصة : مدفع الإلكترونات حيث تكون السرعة البدئية v_0 للإلكترون مهملة وتقارب الصفر .

في هذه الحالة تكون معادلات حركة الإلكترون هي :

$$x=\frac{eE}{2m}t^2 \quad , \quad v_x=\frac{eE}{m}t \quad , \quad a_x=\frac{eE}{m}$$

يمكن حساب السرعة التي تغادر بها الإلكترون الثقب T وذلك بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الإلكترون بين O و T :

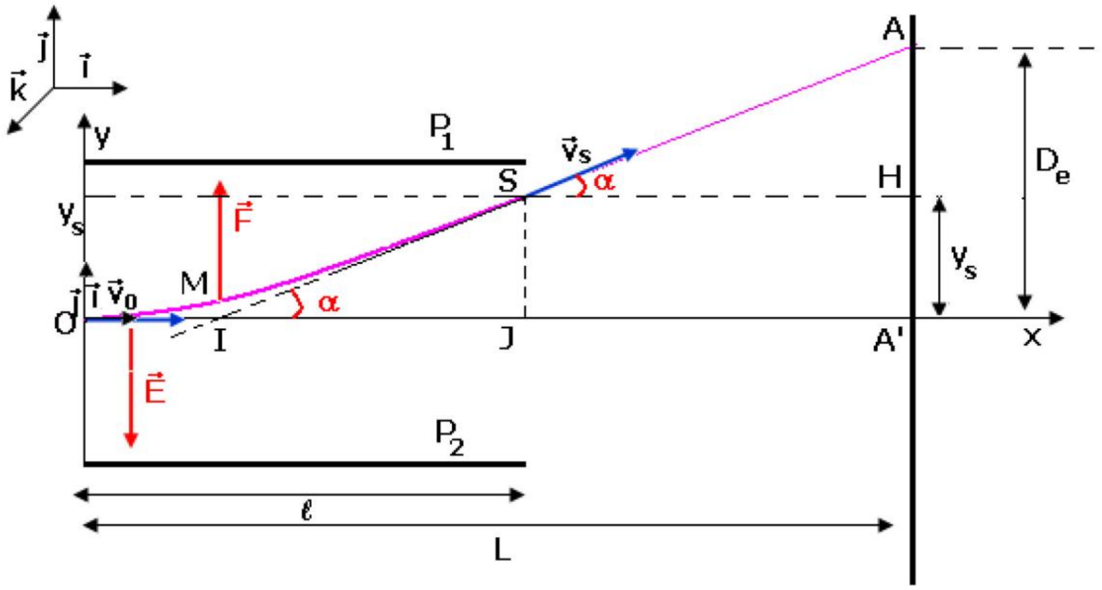
$$_{O}^{T}\Delta E_C=\underset{O\to T}{W}\left(\vec{F}\right)\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=eU_{AC}$$

$$U_{AC}=E.d\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=eE.d$$

وبالتالي تكون سرعة الإلكترون هي : $v=\sqrt{\frac{2e.E.d}{m}}$ وتكون هذه السرعة جد عالية ونلاحظ أن هذه السرعة تكبر كلما تزايدت شدة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ، نقول أن المجال الكهرساكن يتصرف **كمسرع للدقيقة .**

الحالة الثانية : $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{E}$

تدخل دقيقة مشحونة $(q<0)$ في اللحظة $t_0=0$ بالسرعة $\vec{v}_0$ عمودية على متجهة المجال الكهرساكن المنتظم $\vec{E}$ في النقطة O.



أ ـ متجهة التسارع :

متجهة التسارع للدقيقة في المجال $\vec{E}$ هي : $\vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}$ في مرجع أرضي .

نسقط العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث $\vec{E}=-E\vec{j}$

$\vec{E}\begin{cases}0\\-E\\0\end{cases}$ و $\vec{a}\begin{cases}a_x\\a_y\\a_z\end{cases}$ ونستنتج من خلال القانون الثاني لنيوتن أن $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-\frac{qE}{m}\\a_z=0\end{cases}$

ب ـ المعادلات الزمنية

باعتبار الشروط البدئية التالية :

$\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}0\\0\\0\end{cases}$ و $\vec{v}_0\begin{cases}v_0\\0\\0\end{cases}$ نحصل على إحداثيات متجهة السرعة : $\vec{v}\begin{cases}v_x=v_0\\v_y=-\frac{qE}{m}t\\v_z=0\end{cases}$ وعلى المعادلات الزمنية

في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ أي أن $\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=v_0t\\y=-\frac{qE}{m}t^2\\z=0\end{cases}$

نستنتج أن حركة الدقيقة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ ، تتم في المستوى (Oxy) إذن فهي حركة مستوية .

على المحور $(O,\vec{i})$ حركة مستقيمية منتظمة

على المحور $(O,\vec{j})$ حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

ج ـ معادلة المسار ،

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن t بين المعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) :

$t=\frac{x}{v_0}$ في المعادلة الزمنية y(t) لدينا : $y=-\frac{qE}{2mv_0^2}x^2$ بحيث أن $q<0$.

مسار الدقيقة المشحونة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ عبارة عن جزء من شلجم .

د ـ سرعة الدقيقة لحظة خروجها من المجال الكهرساكن :

لدينا حسب الشكل أعلاه أن إحداثياتي S نقطة خروج الدقيقة من المجال الكهرساكن هما :

$S\begin{cases} x_s=\ell \\ y_S=-\frac{qE}{2mv_0^2}\ell^2 \end{cases}$ وتوجد الدقيقة في النقطة S عند اللحظة $t_S=\frac{\ell}{v_0}$ في المعادلات السرعة نحصل على :

$$\vec{v}_S\begin{cases} v_{Sx}=v_0 \\ v_{Sy}=-\frac{qE}{m}\left(\frac{\ell}{v_0}\right) \end{cases}$$

تكون المتجهة $\vec{v}_S$ مع الاتجاه الأفقي زاوية α تسمى **الانحراف الزاوي** بحيث أن

$$\tan\alpha=\frac{v_{Sy}}{v_{Sx}}=-\frac{qE}{mv_0^2}$$

ه ـ الانحراف الكهرساكن :

طبيعة حركة الدقيقة عند مغادرتها المجال الكهرساكن :

عند خروجها من المجال الكهرساكن فالقوى المطبقة عليها هي وزنها فقط وبإهماله ، حسب مبدأ القصور تكون حركة الدقيقة مستقيمية منتظمة سرعتها $\vec{v}_S$. فتصطدم بشاشة مستشععة عمودية على المحور $(O,\vec{i})$. نعطي $OA'=L$ المسافة الفاصلة بين الشاشة والنقطة O نقطة انطلاق الدقيقة

نسمي D_e **الانحراف الكهربائي** وهو المسافة بين النقطة A′ نقطة اصطدام في غياب المجال الكهرساكن و A نقطة اصطدام بوجود المجال الكهرساكن . من خلال الشكل لدينا :

$D_e=A'A=A'H+HA$ بحيث أن $A'H=y_s$ و $\tan\alpha=\frac{AH}{L-\ell}$ أي أن $D_e=y_s+(L-\ell)\tan\alpha$

حسب العلاقات السابقة لدينا :

$D_e=-\left(L-\frac{\ell}{2}\right)\frac{qE\ell}{mv_0^2}$ وبما أن $E=\frac{U}{d}$ تصبح العلاقة : $D_e=-\left(L-\frac{\ell}{2}\right)\frac{qU\ell}{mdv_0^2}$ والتي تكتب على الشكل التالي : $D_e=K.U$ بحيث K هي $K=-\left(L-\frac{\ell}{2}\right)\frac{q\ell}{mdv_0^2}$

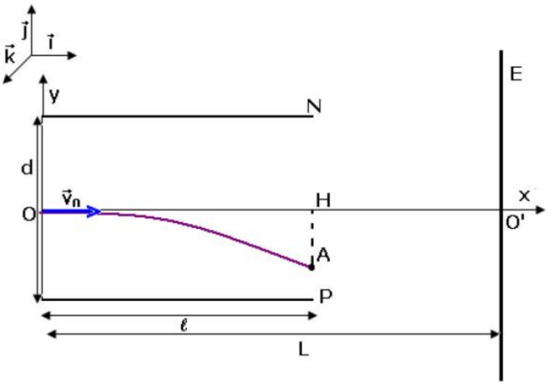
نستنتج أن الانحراف الكهرساكن يتناسب اطرادا مع التوتر المطبق بين الصفيحتين

وتستغل هذه الخاصية في مبدأ اشتغال راسم التذبذب ، حيث يتناسب الانحراف الرأسي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الأفقيتين والانحراف الأفقي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الرأسيتين

تمرين تطبيقي :

تلج إلكترون بين صفيحتين فليزيتين أفقيتين لراسم تذبذب بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ أفقية ، $v_0 = 10^7 m/s$.
التوتر بين الصفيحتين $U = V_P - V_N = 40V$ ؛ المسافة الفاصلة بين الصفيحتين $d = 4cm$ وطول كل منهما $\ell = 6cm$.

1 ـ أحسب المسافة AH التي تمثل الانتقال الرأسي للإلكترون عند مغادرتها المجال الكهرساكن $\vec{E}$
2 ـ حدد مميزات متجهة سرعة الإلكترون في النقطة A .
3 ـ أحسب قيمة الانحراف الكهربائي D_e . المسافة الفاصلة بين الشاشة المستشععة والنقطة O هي $L = 50cm$



لكي تلج الإلكترون بالسرعة البدئية $v_0 = 10^7 m/s$ ما هي قيمة توتر التسريع U′ التي يجب استعماله ؟ أوجد تعبير D_e بدلالة U و U′

الأجوبة :
1 ـ $|AH| \simeq 3,2.10^{-3} m$ 2 ـ $\alpha \simeq 6°$ مع الخط الأفقي والسرعة تساوي تقريبا السرعة v_0
3 ـ $D_e \simeq 5cm$ و $U' = 282,5V$